

0c001007

ISSN 0850-1602

**CARACTERISTIQUES DE LA MAREE  
DANS L'ESTUAIRE DE LA CASAMANCE :**

B. M U E T

**ETALONNAGE ET ANALYSE HARMONIQUE  
D'ENREGISTREMENTS COURANTOGRAPHIQUES  
DE LONGUE DUREE A ZIGUINCHOR**



DOCUMENT  
SCIENTIFIQUE

**CENTRE DE RECHERCHES OCÉANOGRAPHIQUES DE DAKAR - TIAROYE**

NUMÉRO 123

**\* INSTITUT SÉNÉGALAIS DE RECHERCHES AGRICOLES \***

AVRIL 1991

# **CARACTERISTIQUES DE LA MAREE DANS L'ESTUAIRE DE LA CASAMANCE :**

## **ETALONNAGE ET ANALYSE HARMONIQUE D'ENREGISTREMENTS COURANTOGRAPHIQUES DE LONGUE DUREE A ZIGUINCHOR**

---

Bertrand Millet (\*)

### RESUME

Une analyse harmonique de marée à 14 composantes est effectuée sur cinq séries mensuelles d'enregistrements courantographiques, obtenues à partir d'un mouillage Aanderaa situé au niveau de la section de Ziguinchor, dans l'estuaire de la Casamance. Quelques jaugeages in situ du débit oscillant de la marée ont été effectués parallèlement. Les meilleurs ajustements sont obtenus avec les enregistrements d'étiage qui permettent le calcul des constantes harmoniques de la marée dans cette section de l'estuaire. Ces résultats permettent une reconstitution ultérieure d'un signal représentatif de la marée (en vitesse ou en débit) au niveau de la section de Ziguinchor, applicable en entrée d'un calcul de bilan ou d'un modèle hydrodynamique. Cette expérience met également en évidence l'hétérogénéité spatiale des écoulements au niveau d'une même section, et les limites de validité de l'usage d'un enregistrement ponctuel du signal de marée, dans le calcul de bilans hydrologiques globaux de l'estuaire.

---

(\*) Chercheur ORSTOM au Centre de Recherche Océanographique de Dakar Thiaroye (I.S.R.A.) - B.P. 2241 - Dakar (Sénégal)

### ABSTRACT

An harmonic analysis of the tidal current with 14 tidal constituents is applied to five monthly time-series of the tidal flow, recorded at a station near Ziguinchor in the Casamance estuary with an Aanderaa current meter. Several synchronous field measurements of the tidal flow have been made at the same location, through the whole section of the estuary. The best adjustments were obtained with the data recorded during the dry season, and tidal harmonic constants were computed, to reproduce a representative tidal information (tidal speed or tidal flow) through this section of the estuary. This computed tidal information can then be considered as an input in further global hydrologic investigation, or hydrodynamic modeling. Furthermore, this experience emphasizes the spatial heterogeneous structures of tidal current through the section of Ziguinchor, which do not allow further similar application of a single current meter to quantify water and saline budgets of the estuary, with a sufficient accuracy.

### SOMMAIRE

1. ANALYSE HARMONIQUE DES COURANTS DE MAREE
2. QUANTIFICATION DES FLUX OSCILLANTS
3. DISCUSSION
4. REFERENCES

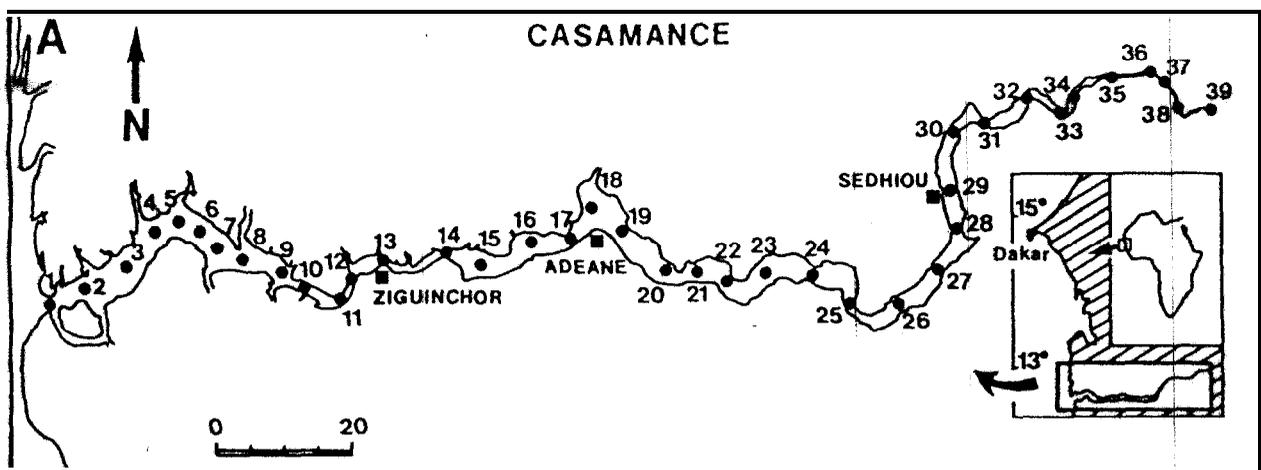


FIGURE 1 : Carte de l'estuaire de la Casamance

A partir du mois de juillet 1984, un suivi courantométrique a été effectué en continu sur plusieurs périodes successives d'un mois environ chacune, à partir d'un mouillage Anderaa situé immédiatement à l'amont du pont de Ziguinchor, au centre de la section mouillée de l'estuaire, à une profondeur de 4 mètres (Figure 1). Le tableau 1 récapitule l'ensemble des données brutes disponibles. L'installation et le suivi du marégraphe ont été assurés par le Centre de Recherche Océanographique de Dakar, et les campagnes d'étalonnages ont été effectuées par la Section Hydrologique du Centre Orstom de Dakar. Le tableau 2 présente l'ensemble des données retenues pour le traitement harmonique, en raison de la qualité des enregistrements. Les figures 2 à 6 présentent les séries temporelles des cinq enregistrements courantographiques retenus pour l'analyse harmonique.

NM de fichier original (CoB)	Nom defichier de saisie	Dates et heures des périodes d'enregistrements	Nombre d'enregistrements (pas de temps = 5 mn)
ZIGE 572701 W	ZIG 1	17/07/84 → 14/08/84 15 H 12 H 25	8034
ZIGE 572703 W	ZIG 2	27/10/84 → 30/11/84 14 H 10 4 H 35	9678
ZIGE 572604 W	ZIG 3	23/12/84 → 05/01/85 14 H 2s 11 H 55	3715
ZIGE 562605 W	ZIG 4	17/03/85 → 17/04/85 11 H 45 14 H 25	8961
ZIGE 572706 W	ZIG 5	17/04/85 → 20/05/85 15 H 01 7 H 25	9614
ZIGE 562607 W	ZIG 6	05/06/85 → 11/07/85 12 H 35 18 H 15	10430
ZIGE 572707 W	ZIG 7	13/09/85 → 28/09/85 14 H 20 21 H 55	4410

Tableau 1 : Caractéristiques des données brutes disponibles

Nom de fichier des enregistrements	Date et heure des enregistrements	Nombre d'enregistrements retenus	Date et heure des périodes de jaugeage	Nom des fichiers des résultats du traitement
ANOERA 1	17/07/84 → 07/08/84 15 H 15 H	6043 (21 jours)	04/08/84 8 H 05 → 20 H 30	CONST 1 ÉTALO 1.FLO ÉTALO 1.JUS
ANDERA 2	27/10/84 → 30/11/84 14 H 10 04 H 35	9678 (33 jours)	0	CONST 2
ANDERA 4	17/03/85 → 15/04/85 11 H 55 11 H 35	8351 (29 jours)	25/03/85 5 H 15 → 17 H 35 26/03/85 5 H 50 → 18 H 10 27/03/85 6 H 05 → 18 H 30	CONST 4 ÉTALO 41.FLO ÉTALO 41.JUS ÉTALO 42.FLO ÉTALO 42.JUS ÉTALO 43.FLO ÉTALO 43.JUS
ANDERA 5	17/04/85 → 15/05/85 15 H 01 22 H 15	8152 (28 jours)	0	CONST 5
ANDERA 6	05/06/85 → 08/07/85 12 H 35 11 H 45	9494 (33 jours)	11/06/85 9 H 20 → 21 H 30 12/06/85 4 H 25 → 16 H 30	CONST 6 ÉTALO 61.FLO ÉTALO 61.JUS ÉTALO 62.FLO ÉTALO 62.JUS

Tableau 2: Caractéristiques des données retenues pour l'analyse

### 1. ANALYSE HARMONIQUE DES COURANTS DE MAREE

Une analyse harmonique a été effectuée sur chacune des séries d'enregistrements retenues et consiste à décomposer chaque valeur de vitesse  $u_i(t)$  en séries de Fourier :

$$u_i(t) = A_0 + \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi)$$

avec  $N$  : le nombre de composantes harmoniques  
 $A_0$  : la constante résiduelle  
 $A_i$  : les constantes harmoniques de chaque composante  
 $\omega_i$  : les vitesses angulaires de chaque composante

$$u_i(t) = A_0 + \sum_{i=1}^N (H_i \cos \omega_i t - H'_i \sin \omega_i t)$$

avec  $H_i = A_i \cos \phi_i$  et  $H'_i = A_i \sin \phi_i$

On construit un système linéaire de  $M$  équations ( $M$  étant le nombre total d'observations) et à  $2N+1$  inconnues, qui peut être résolu par la méthode matricielle directe de Cholevski (Courdin *et al.* 1983).

Le choix du nombre d'harmonique a été arrêté à l'issue, de plusieurs tests effectués sur la même série d'enregistrements (série du 17/4/85 au 15/5/85), et en utilisant le critère d'ajustement *CRIT* suivant, qui peut être assimilé à l'Erreur Type :

$$CRIT = \left[ \frac{1}{N} \sum (V_o - V_c)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le tableau 3 **présente** l'évolution de ce critère d'ajustement en fonction du nombre d'harmoniques **utilisées** dans le traitement, et le tableau 4 présente les caractéristiques des 14 composantes harmoniques choisies dans l'analyse du signal de la marée à Ziguinchor (Simon 1984).

Nombre d'harmoniques	4	5	7	10	14
Valeur du critère d'ajustement	20.4	20.2	19.4	15.0	9.0

Tableau 3 : Variation du critère d'ajustement *CRIT*

Nom	Symbole	Vitesse angulaire en degré/heure
Huitième diurne moyenne	M8	115.9364
	S6	90.0000
Sixième diurne moyenne	M6	86.9523
	S4	60.0000
Quart diurne moyenne	M4	57.9682
Solaire moyenne	s2	30.0000
Elliptique mineure	L2	29.5285
Lunaire moyenne	M2	28.9841
Elliptique majeure	N2	28.4397
	OQ2	27.3417
Déclinationnelle luni-solaire	K1	15.0410
Lunaire principale	O1	13.9430
Bimensuelle	MF	1.0980
Bimensuelle variationnelle	MSF	1.0159

Tableau 4 : Caractéristiques des composantes harmoniques choisies pour l'analyse du signal de marée

Une analyse harmonique utilisant ces 14 composantes a été appliquée au traitement des cinq séries d'enregistrements retenues (tableau 2). Les résultats présentent un mauvais ajustement harmonique pour les séries du mois de juillet 1984 et du mois de novembre 1984. Par contre, l'ajustement semble correct pour les séries d'enregistrements d'étiage effectuées aux mois d'avril, mai et juin 1985, avec un maximum de précision pour la série du mois de mai 1985. Le fait que l'adéquation entre l'analyse harmonique et les enregistrements soit optimale pour la série qui correspond au minimum d'étiage, semble pouvoir s'expliquer par la disparition au minimum d'étiage des perturbations liées au débit continental.

Le tableau 5 présente les différentes valeurs du critère d'ajustement *CRIT* et du résidu obtenu à l'issue du traitement des cinq séries retenues.

Nom de fichier	ANDERA 1	ANDERA 2	ANDERA 4	ANDERA 5	ANDERA 6
Période	Juillet 84	Novembre 84	Avril 85	Mai 85	Juin85
Résidu (cm.s <sup>-1</sup> )	-5.15	-3.75	-3.09	-2.85	-4.67
Critère d'ajustement	19.5	17.7	11.5	14.9	9.02

Tableau 5 : Résultats comparés des cinq analyses harmoniques

Le tableau 6 présente les valeurs des constantes harmoniques ( $H_i$  et  $H'_i$ ) issues de l'analyse de la série d'enregistrements de la période du 17/4/85 (15h 01) au 15/5/85 (22h 15). Ces constantes harmoniques pourront être proposées dans toutes les simulations ultérieures du signal de marée à Ziguinchor, étendues sur des périodes plus longues.

Constante résiduelle $A_0 = -2.848 \text{ cm.s}^{-1}$		
Harmonique	Constante $H_i$	Constante $H'_i$
M8	6.0273	-0.564
S6	0.169	0.128
M6	-2.88	0.962
S4	-0.0312	0.656
M4	4.54	-1.3
S2	6.02	-15.5
L2	-3.09	-8.75
M2	-44.6	-52.0
N2	1.29	1.31
OQ2	-1.42	0.129
O1	-2.34	8.05
K1	4.94	294
MF	1.91	1.47
MSF	2.34	0.266

Tableau 6 : Valeurs des constantes harmoniques retenues pour la reconstitution du signal de marée à Ziguinchor (traitement de la période du 17/4/85 au 15/5/85)

La figure 7 présente la superposition des valeurs enregistrées au cours de la période du 17/4/85 au 15/5/85 et des valeurs recalculées à partir des constantes harmoniques du tableau 6.

## 2, QUANTIFICATION DES FLUX OSCILLANTS

Les tableaux 7 et 8 présentent respectivement, et de manière comparative, les vitesses moyennes et les excursions de marée, obtenues par les mesures de jaugeages in situ, les enregistrements du courantomètre et le calcul harmonique.

Les meilleures correspondances entre ces trois approches pour quantifier la vitesse moyenne à travers la section de Ziguinchor, s'obtiennent à nouveau pour les jaugeages d'étiage des mois de mars et de juin 1985. Les précisions obtenues sont de l'ordre de 7 à 10% en ce qui concerne les comparaisons entre la vitesse moyenne ponctuelle enregistrée et la vitesse moyenne jaugée, issue de la mesure in situ des débits oscillants à travers toute la section au cours du cycle complet de marée. Les précisions sont de l'ordre de 14 à 16% si l'on compare de la même manière les valeurs des excursions de marée. D'une façon générale, les enregistrements se rapprochent toujours beaucoup plus des valeurs jaugées au cours des périodes de flot. Par contre, au cours des périodes de jusant, il semble que l'appareil Aanderaa présente une tendance à prolonger la durée des cycles de marée par rapport aux valeurs observées au cours de jaugeages in situ et qui coïncident avec les durées théoriques établies pour le port de Dakar.

Date de jaugeage	Vitesse moyenne jaugée		Vitesse moyenne enregistrée		Vitesse moyenne recalculée		Durée du cycle jaugé (h.mn)	Durée du cycle enregistre (h.mn)
	Flot	Jusant	Flot	Jusant	Flot	Jusant		
04/08/84	37.5	-40	51	-63	60	-76	12.25	13.10
25/03/85	49.5	-53	47	-56	48	-59	12.20	12.25
26/03/85	48	-49.5	45	-56	38	-60	12.20	12.25
27/03/85	44	-51.5	41	-55.5	33.5	-52	12.30	12.50
11/06/85	46.5	-47	48	-49	46	-51	12.10	13.20
12/06/85	32.5	-43.5	31	-45	32	-47	12.05	11.35

Tableau 7 : Comparaison des valeurs des vitesses moyennes, de flot et de jusant ( $\text{cm.s}^{-1}$ ) à travers la section de Ziguinchor obtenues par jaugeages in situ des débits oscillants, enregistrements courantométriques Aanderaa et reconstitution par analyse harmonique,

Date de jaugeage	Excursion d'après jaugeage		Excursion d'après enregistrement		Excursion d'après analyse	
	Flot	Jusant	Flot	Jusant	Flot	Jusant
04/08/84	a	-9.4	12.8	-13.9	15.1	-16.8
25/03/85	11	-11.8	10.0	-13	10.4	-13.7
26/03/85	11	-10.7	10.1	-12.5	a.7	-13.4
27/03/85	9.7	-11.9	a.9	-13.6	7.2	-12.8
11/06/85	9.9	-10.6	11.8	-11.5	11.3	-11.9
12/06/85	7.3	-9.1	6.1	-9.9	6.3	-10.2

Tableau 8 : Comparaison de 3 valeurs de l'excursion de marée (en km) calculée d'après les jaugeages in situ, les enregistrements Anderaa et l'analyse harmonique

Quelques régressions linéaires ont été tentées entre les débits jaugés et les enregistrements ponctuels de l'Anderaa (Millet *et al.* 1986). Le coefficient de pente de ces régressions, correspondant à une valeur fictive de la section mouillée, présente une très grande irrégularité en fonction de la saison (crue ou étiage), de l'onde de marée semi-mensuelle (vive-eau, morte-eau) et de l'onde de marée semi-diurne (flot-jusant). Il apparaît toutefois, que les valeurs de ces pentes se regroupent autour d'une constante bissectrice égale à 4850 m<sup>2</sup>. Cette dernière valeur peut être ainsi retenue pour convertir, sur une longue série de mesures, les enregistrements de vitesses en terme de débits oscillants.

### 3. DISCUSSION

Les traitements précédents montrent qu'une immersion prolongée d'un courantomètre Anderaa ponctuel dans une section de l'estuaire de la Casamance, au droit de Ziguinchor, permet de quantifier les constantes harmoniques de la marée au niveau de cette section. Ces constantes, calculées à partir des séries d'étiage avec le maximum de précision, sont susceptibles d'intervenir ultérieurement dans la reproduction d'un signal de marée représentatif, exprimé aussi bien en terme de vitesse qu'en débit oscillant, à l'entrée d'un calcul de bilan ou d'un modèle numérique de circulation.

Néanmoins, d'importantes anomalies hydrauliques ponctuelles de la tranche d'eau dans laquelle évolue le courantomètre Aanderaa ont été décelées, à travers les quelques irrégularités de son comportement ponctuel par rapport aux mesures effectuées parallèlement sur l'ensemble de la section lors des opérations de jaugeages. Cette constatation n'est pas à sous-estimer, et n'encourage pas la poursuite de ce type d'approche, trop ponctuelle, dans la quantification à long terme du bilan hydrologique de l'estuaire. Ainsi, toutes les excursions résiduelles qui ont été directement calculées à partir des séries mensuelles d'enregistrements, indiquent un déplacement résultant des masses d'eau vers l'aval, ce qui est incompatible avec le processus d'hypersalinisation observé dans l'estuaire à la même époque.

Par conséquent, la mise en évidence de l'hétérogénéité spatiale du comportement de la section de Ziguinchor au regard de la circulation des masses d'eau, peut être également considérée comme un résultat important de cette expérience. On retiendra que cette hétérogénéité spatiale au sein d'une même section de l'estuaire, elle-même évolutive d'une saison à l'autre, compromet l'utilisation directe, en temps réels, d'enregistrements courantographiques ponctuels dans une quantification globale du fonctionnement de l'estuaire. Cependant, de tels enregistrements ponctuels qui permettent la connaissance des caractéristiques moyennes du signal de marée, peuvent contribuer à la mise en place d'une modélisation hydrodynamique de l'estuaire.

#### 4. REFERENCES

Courdin, A., et M. Boumahrat, 11383. Méthodes numériques appliquées, Technique et Documentation. Paris,

Millet, B., J.C. Olivry et Y. le Troquer. 1986. Etude du fonctionnement hydrologique de la Casamance maritime. pp. 23-36 in: Actes du Séminaire ISRA "Environnement Casamance", Ziguinchor, 19-24 juin 1985. Centre de Rech. Océanogr. Dakar,

Simon, B. 1984. Calcul des constantes harmoniques de la marée. Rapport EPSHOM/E/OC n°122.

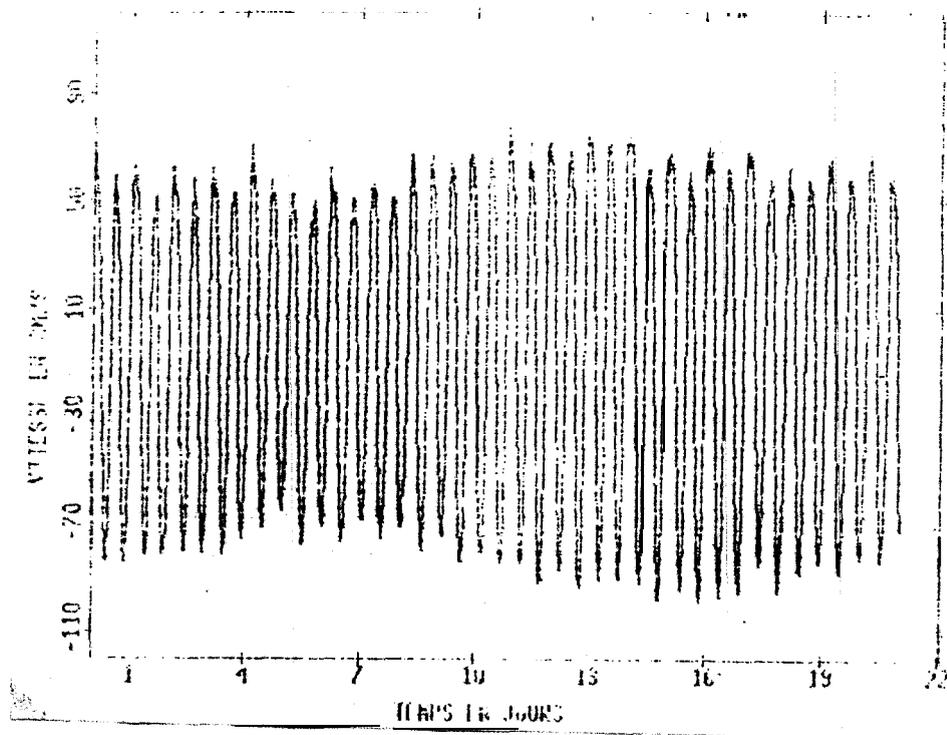


FIGURE 2 : Enregistrements courantographiques à Ziguinchor  
période du 17/7/84 (15h) au 7/8/84 (15h)

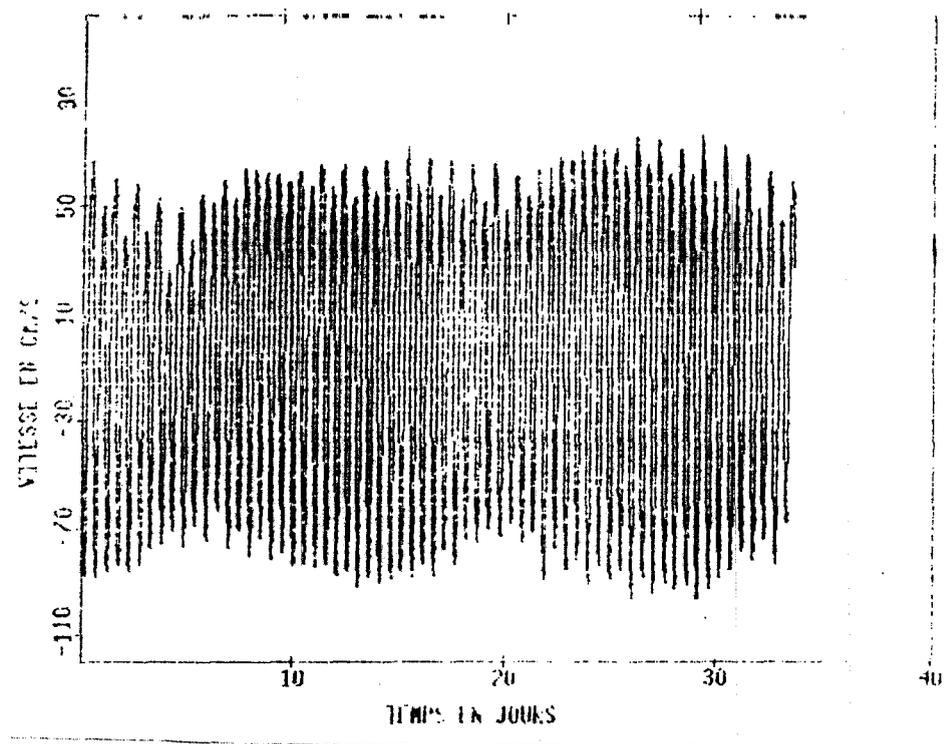


FIGURE 3 : Enregistrements courantographiques à Ziguinchor  
période du 27/10/84 (14h) au 30/11/84 (4h 35)

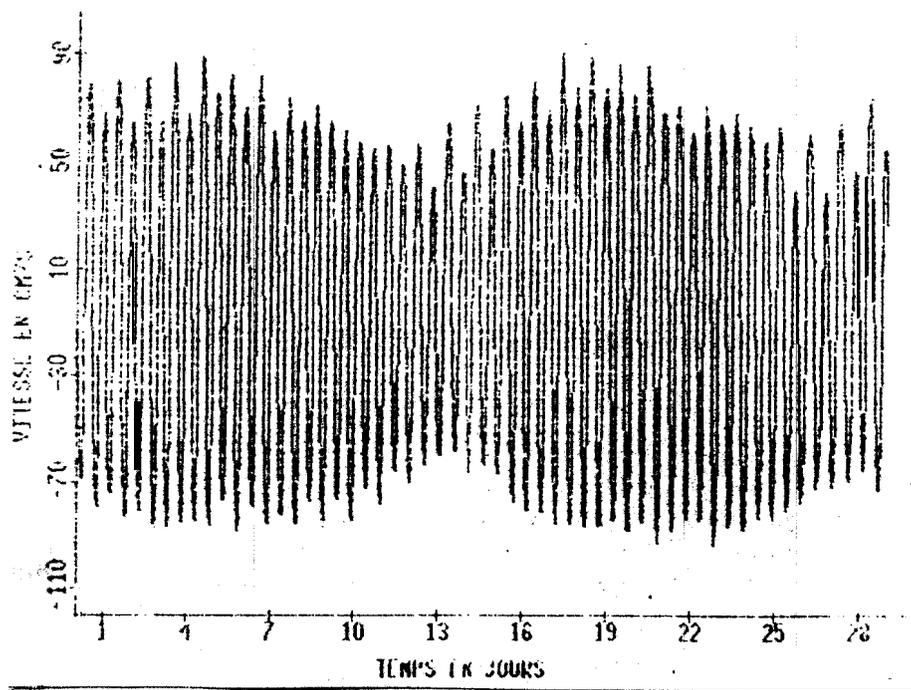


FIGURE 4 : Enregistrements courantographiques à Ziguinchor  
période du 17/3/85 (11h 55) au 15/4/85 (11h35)

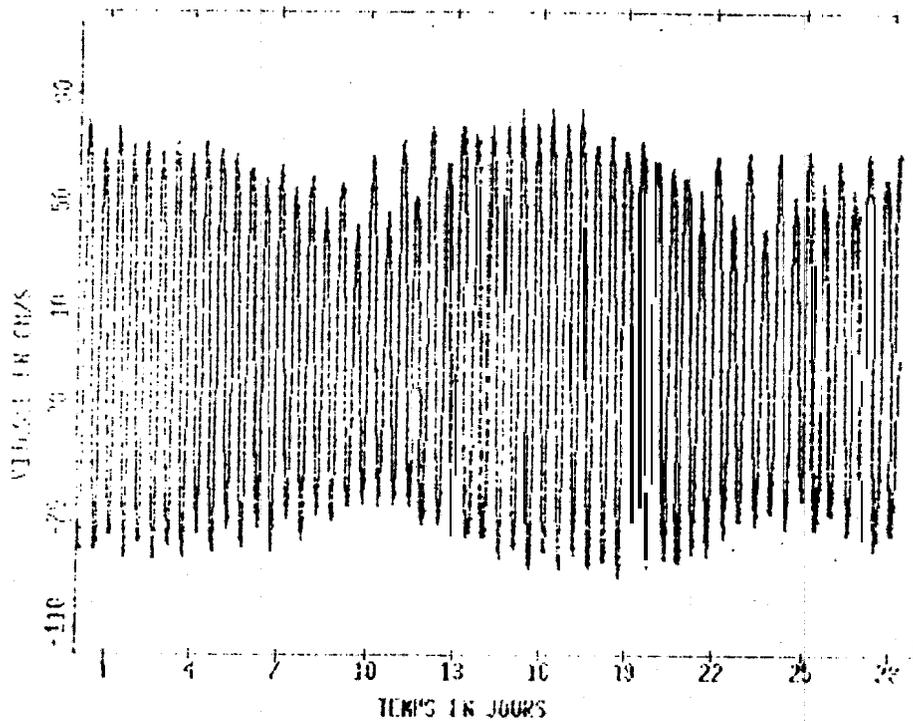


FIGURE 5 : Enregistrements courantographiques à Ziguinchor  
période du 17/4/85 (15h) au 15/5/85 (22h 15)

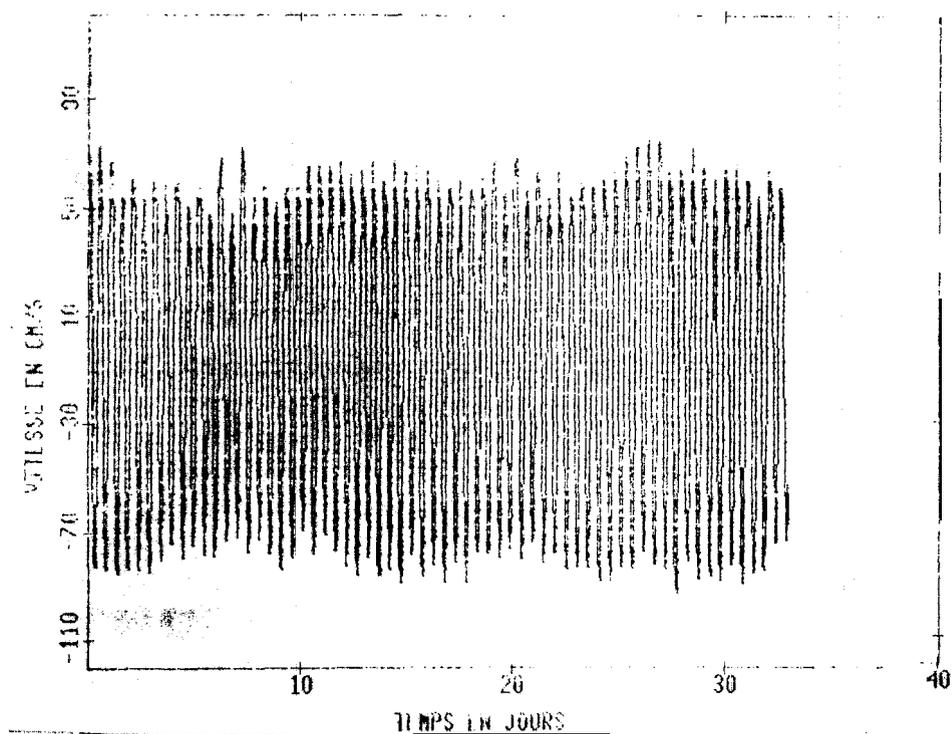


FIGURE 6 : Enregistrements courantographiques à Ziguinchor  
période du 5/6/85 (12h 35) au 8/7/85 (11h 45)

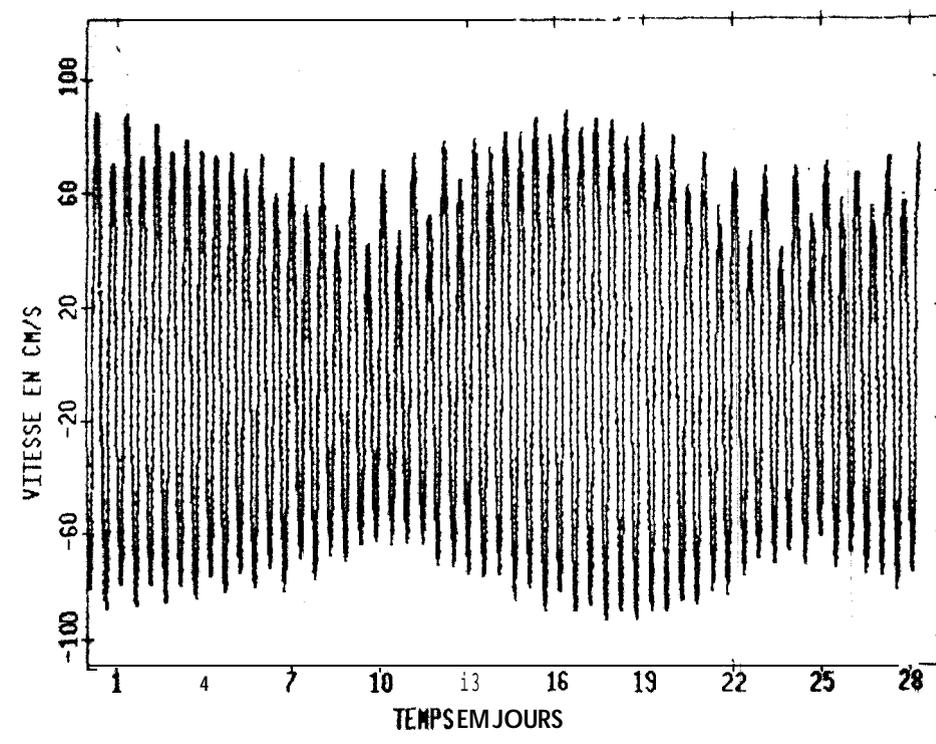


FIGURE 7 : Comparaison des vitesses enregistrées ( - ) et  
reconstituées par l'analyse harmonique ( .. .. ) au  
niveau de la section de Ziguinchor.  
période du 17/4/85 (15h) au 15/5/85 (22h 15)