

→ 00000792

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA VARIANCE
DE L'ESTIMATION DE BIOMASSE DE POISSONS
PAR ECHOINTEGRATION

PAR

FRANCIS LALOE

RAPPORT LIBERNE

N° 58

CONTRIBUTION A L'ETUDE
DE LA VARIANCE DE L'ESTIMATION
DE BIOMASSE DE POISSONS
PAR ECHOINTEGRATION

par

Francis LALOE⁽¹⁾

R E S U M E

Un modèle est élaboré pour décrire la variabilité observée dans les données obtenues lors des campagnes d'échointégration et permettre un calcul d'intervalle de confiance sur les estimations de biomasse.

Une donnée élémentaire est la somme des observations effectuées sur une distance " l ". Une telle donnée est supposée (après multiplication par une constante dont on ne s'occupe pas dans ce travail), permettre une mesure de la densité de poissons dans le carré de côté " l " traversé par le segment où les mesures ont été faites.

Une méthode simple d'estimation de la variance pour les estimations de la biomasse qui sont sous forme d'une combinaison linéaire des observations est proposée. Les calculs proposés ici s'appuient sur des hypothèses de log-normalité.

La méthode proposée tient compte de l'itinéraire du bateau et permet, pour un itinéraire donné d'obtenir la combinaison linéaire des observations ayant une variance minimale.

Une discussion est faite sur la réalité des hypothèses requises et des conseils sont donnés pour qu'elles soient mieux satisfaites.

(1) Océanographe ORSTOM en service au Centre de Recherches océanographiques de Dakar-Thiaroye, B.P. 2241, (ISRA) Dakar (Sénégal).

A B S T R A C T

A model is built in order to describe the variability from echosurveys data and to give a method to calculate a confidence interval of the biomass estimation.

The elementary data is the total of observations made on a given distance " ℓ ". After multiplication by a constant, which is not studied in this work, such a data is supposed to be a mesure of fishes density in the square of area ℓ^2 , crossed by the segment of length " ℓ ".

A method is given to estimate the variance of estimations which are linear combinations of elementary data. The calculus proposed here, assumes some lognormality hypothesis.

The method take into account the pattern of the boat travel; for a given pattern the method allows to give the linear combination of observations which is of minimal variance and which is an unbiased estimation of the total biomass.

The validity of the underlying hypothesis is discussed and some advices are given in order to make them more realistic.

I N T R O D U C T I O N

L'échointégration permet d'estimer une biomasse de poissons en utilisant les échos renvoyés par les poissons à la suite d'une émission sonore. (cf. par exemple FORBES et NAKKEN 72 ou BURCZYNSKI 79).

Une des grandes difficultés rencontrées est le calcul d'intervalles de confiance par les biomasses (ULTANG 77). Plusieurs méthodes sont utilisées. BAZIGOS (35, 80) propose la méthode des collapsed strata (cf. COCHRAN 77) qui est pratique et pour laquelle la donnée de départ est la somme des observations, faites sur une radiale ou une portion de radiale. Une grande quantité d'information (sur les structures de petites tailles) est alors perdue. THORNE et al (71) ont utilisé une méthode analogue avec des données issues d'une campagne faite avec des radiales très courtes (de l'ordre de 2 milles nautiques). SHOTTON et DOWD (75) (voir également SHOTTON (79)) proposent une méthode qui assimile une radiale à un "cluster" et qui tient compte des variances inter et intra clusters. Cette méthode ne tient pas compte de la disposition des radiales sur la zone étudiée.

La variabilité observée dans les données d'échointégration a deux origines :

- 1) Pour un volume échantilloné, la mesure obtenue n'est pas exacte. Il existe une erreur de mesure qui fait que, même pour la partie échantillonnée on ne dispose que d'une estimation.
- 2) Les biomasses situées dans deux volumes de même mesure et disjointes sont non forcément égales.

Dans ces conditions il est évident que l'information sur la densité en un point diffère selon que ce point est ou non situé sur le trajet du bateau. Si de plus il existe une certaine autocorrelation entre les densités des points proches les uns des autres, l'information sur la densité en un point sera liée à sa position par rapport au trajet du bateau. Il apparaît donc qu'une méthode pourrait tenir compte de la position du trajet du bateau sur la zone prospectée. A notre connaissance le seul travail reprenant cette préoccupation est celui de TESLER et SHAFRAN (79).

Le travail qui suit a pour objet de proposer une méthode simple tenant compte de la position du trajet sur la zone prospectée d'une part et de discuter d'autre part la véracité des hypothèses nécessaires.

Dans une première partie nous évoquerons très rapidement les principales sources de variations susceptibles de provoquer des erreurs d'estimations. Nous définirons ensuite un modèle représentant les données en décomposant la variabilité en une variabilité due au macrostructure d'une part et une variabilité due aux microstructures et erreurs de mesures d'autre part. Nous énumérerons les hypothèses requises pour la validité de la méthode d'estimation qui sera ensuite proposée. La dernière partie de ce travail sera consacrée à une confrontation des hypothèses aux diverses sources de variabilité.

1. LES SOURCES DE VARIATION

Elles peuvent être grossièrement classées en deux catégories :

1.1. SOURCES D'ORIGINE "NON BIOLOGIQUE"

Ce sont essentiellement les erreurs d'étalonnage, les interactions entre valeurs d'étalonnage et sources de variation non contrôlées (par exemple la qualité de l'eau), Signalons également l'existence de l'effet de la position du bateau par rapport à la surface de l'eau.

1.2. SOURCES D'ORIGINE BIOLOGIQUE

1.2.1. L'espèce

La proportion de son réémise par le poisson dépend de son espèce de son âge et des conditions de milieu dans lequel il vit.

1.2.2. Position du poisson

La direction de l'axe de nage a une grande influence sur la quantité de son qu'il réémet.

1.2.3. Le comportement

Le comportement peut avoir des influences importantes sur les mesures (par exemple dans un banc, les directions des axes de nage ne sont pas indépendantes.). Pour une même espèce, les comportements peuvent varier en fonction de l'heure. En particulier les différences de répartition bathymétriques entre le jour et la nuit peuvent provoquer des variations quant à la proportion de poissons susceptible d'être atteinte.

1.3. ERREURS SYSTEMATIQUES ET NON SYSTEMATIQUES

Les erreurs systématiques sont les erreurs de mesure des constantes des appareils en général (étalonnages, constantes par espèce) et erreurs systématiques sur l'estimation de compositions spécifiques. Les erreurs non systématiques sont dues aux variations, non contrôlées ou aux effets non connus, de divers facteurs (qualité d'eau, composition spécifiques, comportement...). Dans ce travail nous ne nous intéresserons qu'à la part d'erreur non systématique.

2. MODELE, ELABORATION

En général, une donnée élémentaire est la somme des observations effectuées sur un segment de, longueur l . La valeur l est constante pour une campagne et varie beaucoup selon les campagnes. Elle peut être fixée après la campagne dans la mesure, où on dispose d'un enregistrement continu. Cette possibilité est très importante car la valeur l peut alors être fixée en tenant compte du type de répartition observée. En supposant que le type de répartition des poissons ne varie ni quantitativement ni qualitativement (types d'aggrégats) dans un carré de côté l , la valeur obtenue pour un segment divisée par la surface échantillonnée (voir figure 1 ci-dessous) est une estimation de la densité dans le carré,

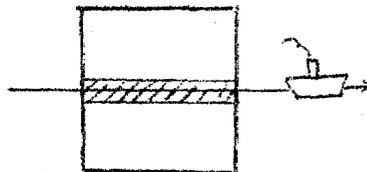


Fig. 1.-La partie hachurée est réellement échantillonnée.

Cette estimation multipliée par la surface du carré est appelée donnée élémentaire. L'erreur commise sur une telle mesure est due aux sources de variabilités déjà signalées et au fait que toute la surface du carré n'est pas échantillonnée. Ceci nécessite la constance de la densité dans le carré.

2.2. TRANSFORMATION LOGARITHMIQUE

Les données semblent être fréquemment réparties selon les distributions qui ne diffèrent pas significativement des distributions lognormales (cf. par exemple BAZIGOS (75)). Nous utiliserons donc la transformation $Y = \log(x + 1)$ (la valeur 1 est ajoutée pour tenir compte des données nulles). Nous supposons que les données transformées suivent une loi normale.

2.3. DECOMPOSITION DE LA VARIABILITE

Pour une mesure transformée Y_i nous écrirons qu'elle est égale à $m + V_i$ ou $V_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ et $V_i = \varepsilon_i + \mu_i$ avec $\mu_i \sim N(-\frac{\sigma_i^2}{2}, \sigma_i^2)$, $\varepsilon_i \sim N(-\frac{\sigma_i^2}{2}, \sigma_i^2)$. Ainsi pour une donnée initiale X_i on a $X_i + 1 = M_i \cdot S_i \cdot L_i$ avec $M = e^{\mu}$, $S_i = e^{\mu_i}$, $L_i = e^{\varepsilon_i}$ les espérances de

Si et L_i sont 1, la valeur MS_i est la vraie biomasse pour le carré et L_i est un terme d'erreur.

2.4. HYPOTHESES

L'écriture donnée ci-dessus implique en plus de la non-aligné, une hypothèse de stationnarité en particulier les valeurs m , σ_1^2 et σ_2^2 sont supposées constantes. Nous ferons en plus les hypothèses suivantes :

Soient deux carrés \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 et leurs mesures transformées

$$Y_1 = m + \mu_1 + \varepsilon_1 ; Y_2 = m + \mu_2 + \varepsilon_2$$

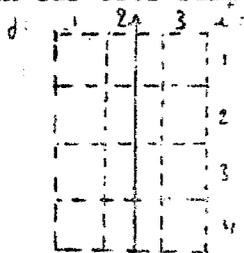
alors :

- 1) Les distributions conjointes des μ_i ou ε_i sont normales
- 2) $Cov(\mu_1, \varepsilon_2) = Cov(\mu_2, \varepsilon_1) = 0$ (indépendance des densités et des erreurs).
- 3) $Cov(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$ (indépendance des erreurs).

4) $Cov(\mu_1, \mu_2) = \rho_{1,2} \sigma_T^2$ où σ_T^2 est la variance de la densité entre les carrés \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . Cette hypothèse d'isotropie peut être appliquée en introduisant un calcul de distance à l'aide de $\sqrt{\alpha^2(x_1 - x_2)^2 + \beta^2(y_1 - y_2)^2}$ pour deux carrés L_1 et L_2 de coordonnées (x_1, y_1) et (x_2, y_2) .

3. ESTIMATION DE LA BIOMASSE ET DE L'EGALITE TYPE

Nous définissons un quadrillage de la zone prospectée en carrés de côté l , on dispose de mesures pour un nombre réduit de carrés (la figure ci-dessous présente un cas très simple).



dans le cas présenté ici les carrés échantillonnés sont ceux pour lesquels $j = 2$.

Dans la suite l'indice i sera référence aux carrés échantillonnés.

Nous nous limiterons à la classes d'estimateurs de la forme $\sum p_i M S_i$ où i varie de 1 au nombre de carrés échantillonnés et où $\sum p_i = N$ N étant la surface de zone prospectée avec l'unité l (nombre total de carrés élémentaires). Dans la suite les distances sont exprimées dans l'unité l .

L'erreur commise est $\mathcal{E} = \sum M S_h - \sum p_i M S_i L_i$

où h parcourt l'ensemble de la zone prospectée. L'espérance de cette erreur est $N \times M - N \times M = 0$, l'espérance du carré de \mathcal{E} sera la variance qui peut s'exprimer en une combinaison linéaire de variances de la forma :

- 1) $var (M S_i L_i)$
- 2) $var (M S_h)$
- 3) $Cov (M S_i L_i, M S_h L_h) \quad (i \neq h)$

4) $\text{cov}(MS_{iL_i}, MS_A)$

5) $\text{cov}(MS_{A'}, MS_{A'})$

en utilisant les hypothèses de normalité on a :

1) $\text{Var}(MS_{iL_i}) = M^2 (e^{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2} - 1)$

2) $\text{Var}(MS_A) = M^2 (e^{\sigma_{\mu}^2} - 1)$

3) $\text{Cov}(MS_{iL_i}, MS_{jL_j}) = E(M^2 S_{iL_i} S_{jL_j}) - M^2$

$$\text{Log}(S_{iL_i} S_{jL_j}) = \mu_i + \epsilon_i + \mu_j + \epsilon_j \quad \text{de variance}$$

$(\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2) (2 + 2\rho(d))$ où d est la distance entre les deux carrés.

$$\text{Donc } \text{cov}(MS_{iL_i}, MS_{jL_j}) = M^2 (e^{\rho(d)(\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2)} - 1); (i \neq j)$$

4) $\text{cov}(MS_{iL_i}, MS_A) = M^2 (e^{\rho(d)(\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2)} - 1)$ si $d \neq 0$

si $d=0$, on a : $M^2 (e^{\sigma_{\mu}^2} - 1)$ (on a utilisé un raisonnement analogue à celui utilisé en 3).

5) $\text{cov}(MS_{A'}, MS_A) = M^2 (e^{\rho(d)(\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2)} - 1)$ si $d \neq 0$

et $= M^2 (e^{\sigma_{\mu}^2} - 1)$ sinon.

Le problème est de minimiser la variance de $\hat{\epsilon}$ pour cela on peut utiliser un multiplicateur de Lagrange et annuler les dérivées partielles :

$(\frac{\partial}{\partial p_i} (\text{var } \hat{\epsilon} + \lambda(\sum p_i - N)))$ pour chaque p_i (méthode du Krigeage, cf MATHERON 66). Ceci revient à inverser une matrice carré de taille (I, I) où I est la longueur du trajet exprimée dans l'unité l (cf annexe A). Un estimateur classique est celui où tous les p_i sont égaux. Il devient optimal si les radiales sont parallèles, infinies et équidistantes.

Pour les parcours en zig-zag, les points situés aux angles sont "suréchantillonnés" et pondérés par des valeurs plus faibles.. On pourra s'en tenir à l'estimateur classique dans le cas d'un parcours avec radiales équidistantes (d'autant plus que les points situés aux extrémités des radiales n'ont souvent que peu de valeur, les trajets de liaison entre radiales étant exclus).

3.2. ESTIMATION DES PARAMETRES NECESSAIRES POUR L'ESTIMATION DE LA VARIANCE

L'estimateur de M sera l'estimation de la biomasse, les estimateurs de $(\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\epsilon}^2)$ et de $\rho(d)$ seront des estimateurs classiques d'un ce type de paramètres.

L'estimation de σ_{ϵ}^2 est délicate. Une méthode simple mais coûteuse en temps consiste à effectuer dans certains carrés élémentaires plusieurs parcours, (Ceci permettrait d'ailleurs de vérifier l'hypothèse de lognormalité des L_i). L'expérience pourrait montrer ultérieurement que cette variance σ_{ϵ}^2 peut, pour une région, une composition spécifique et un appareillage donnés, être stable et rester valable pour plusieurs campagnes. D'autres méthodes pourraient être envisagées à partir des différences entre les estimations faites pour chaque demi rectangle lie composant (in faut alors faire des hypothèses supplémentaires en particulier l'indépendance des erreurs faites dans chaque demi rectangle)..

L'estimation de σ_{μ}^2 peut être obtenue par différence : $\widehat{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2} - \widehat{\sigma_{\varepsilon}^2}$

Un approfondissement devrait être effectué pour fournir **des estimateurs non biaisés** des expressions décrites en 3 (les 5 termes de **variances, covariances**) à partir des **estimations** de $M, \sigma_{\mu}^2, \sigma_{\varepsilon}^2, \sigma_{\mu}^2$ et $\rho(d)$

4. VALIDITE DES HYPOTHESES

4.1. STATIONNARITE

Cette **hypothèse** peut être **faussée** ; on pourra décomposer la zone en sous **régions** de densités différentes **si** l'existence de ces régions est manifeste. Si l'existence de ces régions est connue **à l'avance**, on pourra **même** resserrer les radiales dans les **régions** plus denses (**problème** analogue **à une stratification**. cf par exemple étude de FIEDLER 78). La stationarité implique de plus la constance de $\sigma_{\varepsilon}^2, \sigma_{\mu}^2$ et $\rho(d)$. Il est évident que le type de répartition des poissons influe sur ces **paramètres**, il serait bon d'effectuer des études sur des séries concernant des poissons ayant des comportements analogues (de **telles séries** sont parfois isolées au moment du dépouillement, GERLOTTO, MARCHAL comm. pers.).

4.2. DECOMPOSITION $\text{Log}(X+1) = m + \mu + \varepsilon$

Cette **décomposition** suppose la **constance** de la densité dans un carré **élémentaire** ce qui implique que la distance d **soit** petite **par** rapport aux **macrostructures** susceptibles de provoquer des variations locales de densité.

4.3. NORMALITE DE $\text{Log}(X+i)$

Le type de **répartition** n'est pas universel, par exemple MATHISEN et al. (77) a observé une répartition selon une loi de POISSON.

4.4. NORMALITE DE ε ET μ

La normalité de ε pourrait être testée en faisant plusieurs passages dans certains carrés. On **pourrait en** même temps vérifier la stabilité de σ_{ε}^2 . La validité des expressions des **variances** et covariances données au paragraphe III dépend dz la **normalité** conjointe des ε et μ (si les lois de ε et $\varepsilon + \mu$ sont normales et si l'indépendance de ε et μ est vérifiée alors la loi de μ est normale.)

4.5. INDEPENDANCE DES ERREURS ET DENSITES

Le **type** de répartition des **poissons** influe sur l'erreur de mesure et donc sur $\sqrt{\varepsilon}$. Il est **donc** important **de** faire les traitements sur **des** populations ayant des **comportements** homogènes (possibilité de traiter les données en plusieurs séries' évoquées en 4.1.)

4.6. INDEPENDANCE DES ERREURS DE MESURE:

Cette hypothèse peut être fautive si les microstructures (bancs) peuvent être de taille comparable à la longueur ℓ (problèmes de chevauchement sur plusieurs carrés). La longueur ℓ doit donc être choisie suffisamment grande pour pouvoir négliger ce type de problèmes (cf annexe B). Il semble que les longueurs classiques (1 ou 2 milles nautiques) satisfont à cette exigence et à celle exprimée en 4.2. (petitesse de ℓ).

L'hypothèse d'indépendance peut également être fautive s'il existe des variations des constantes des appareils dans le temps et l'espace (interaction avec qualité de l'eau, dérivé des appareils.. ,) où s'il existe des variations non contrôlées de la composition spécifique. Le premier problème est technique et peut être résolu ; pour la composition spécifique les chalutages et l'expérience des scientifiques donnent une bonne garantie. Notons là encore que la décomposition en plusieurs séries par comportements peut améliorer la situation.

4.7. COVARIANCES DES DENSITES, ISOTROPIE

On a vu que l'hypothèse d'isotropie peut être modifiée, en modifiant la formule de calcul des distances (2.4.). Ceci peut permettre de tenir compte du fait que la variabilité est plus forte en général si on se dirige perpendiculairement aux côtes (c'est la raison pour laquelle on effectue des radiales perpendiculaires aux côtes). Les parcours de liaison généralement parallèles aux côtes pourraient être utilisés pour estimer le coefficient α décrit en 2.4. Les résultats pourraient ainsi "bénéficier" du choix de la direction des radiales.

4.7. PROBLEMES LIES AUX CYCLES NYCTHEMERAUX

Les données de jour sont en général très différentes des données de nuit.

- Les types de répartition changent (les poissons sont fréquemment plus dispersés la nuit).

- La proportion de poissons susceptibles d'être atteinte varie. Cette proportion est souvent plus grande la nuit que le jour. Nous pensons donc qu'il est préférable de ne faire des calculs qu'avec des données obtenues soit de jour soit de nuit.

CONCLUSION

La méthode proposée ici ne prétend pas clore la discussion quant au calcul de l'écart type de l'estimateur de la biomasse. Son originalité réside dans le fait qu'elle tente de tenir compte de la position de radiales dans la zone prospectée. Sa fragilité réside dans l'utilisation peut être excessive des propriétés de la loi lognormale. Les autres hypothèses sont à notre avis plus générales :

Pour effectuer des estimations l'utilisation d'intégrations effectuée sur une distance ℓ semble générale. Cette pratique est satisfaisante si elle ne fait pas perdre une information qui peut être utilisée pour affiner l'estimation de la biomasse c'est pourquoi nous avons demandé que ℓ soit petite par rapport aux

macrostructures. Avec cette hypothèse, l'introduction des **carrés** élémentaires est raisonnable. C'est de cette réflexion (cf également GERLOTTO et al.76) qu'est venue l'idée d'effectuer un quadrillage.

On est également amené en **général** à faire des **hypothèses** d'indépendance et: de stabilité de **variance**. La discussion figurant dans la quatrième **partie** a **donc** une valeur *génératrice*. Nous pensons en particulier que trois conclusions majeures, **d'intérêt général** ressortent de cette discussion :

- a) Une décomposition des résultats selon une classification par comportements **est** souhaitable.
- b) L'**anisotropie** devrait être mesurée.
- c) Les calculs ne devraient être faits qu'avec des données obtenues soit de jour, soit de nuit.

Nous ne nous **sommes** pas **occupé** du problème de la constante d'intégration. S'il existe une **erreur** d'estimation pour cette constante (qui est une erreur **systématique**) on pourra estimer la **variance** totale à l'aide des formules de **variances** de-produit de **variables** indépendantes.

R E M E R C I E M E N T S

Nous remercions **Monsieur LAUREC** pour ses conseils tout au long de ce travail.

B I B L I O G R A P H I E

- BAZIGOS (G.P.), 1975.- The statistical efficiency of echo-surveys with special reference to the lake Tanganyika, F.A.O. Fish. Tech. Pap. N° 139, 52 p.
- BAZIGOS (G.P.), 1980.- A manual on acoustic surveys : sampling methods. CEECAF/ECAF Series 80/17 F.A.O.
- BURCZINSKY (I.J.), 1979.- Introduction to the use of sonar systems for estimating fish biomass. F.A.O. Fish. Tech. Pap. N° 191, 89 p.
- COCHRAN (W.G.) 1977.- Sampling Techniques, Third edition. J. Wilers edition, 428 p.
- FIEDLER (P.C.), 1978.- The precision of simulated transect surveys of northern anchovy, *Angraulis mordax* school groups. Fish. Bull. Vol, 76 N°3 pp. 679-685.
- FOREES (S.T.) and NAKKEN (O.), 1972.- Manual of methods for fisheries resource survey and appraisal. Part 2. The use of acoustic instruments for fish detection and abundance estimation. F.A.O. Manuals in Fisheries Science

- GERLOTTO (F.), STEQUERT (B.), LE PHILIPPE (V.) et FREON (P.), 1976.- Répartition et abondance des poissons pélagiques côtiers du plateau continental sénégalais évaluées par échantillonnage en avril-mai 1976 (campagne Capricorne 7605). Doc. Sci. Cent. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye N° 62, 37 p.
- MATHERON (G.), 1965.- Les variables régionalisées et leur estimation. Masson et Cie. Paris, 305 p.
- MATHISEN (O.A.), CROKER (T.R.) and NUMALLEE (E.F.), 1977.- Acoustic estimation of juvenile sockeye salmon. Rapp. P.V. Réun. Cons. Int. Explor. Mers, 170 : 279-286.
- SHOTTON (R.) and DOWD (R.G.), 1975.- Current research in acoustic fish stock assessment at the marine Ecology Lab. Int. Comm. Northwest Atl. Fish., I.C.N.A.F. Res. Doc. 75/16, 17 p.
- SKOTTON (R.), 1979.- Acoustic survey design. Meeting on hydroacoustical methods for the estimation of marine fish populations 25 - 29 juin 1979.
- TESLER (W.D.) and SHAFRAN (I.S.), 1979.- On the methods of automatization of processing the results of echosurveys. Meeting on hydroacoustical methods for the estimation of marine fish populations 25 - 29 juin 1979.
- THORNE (R.E.), REEVES (J.E.) and MULLIKAN (A.E.), 1971.- Estimation of the pacific hake (*Meluccius productus*) population in Port Susan, Washington, using an echo integrator. J. Fish. Res. Bd, Can. 28 : 1275 - 1284.
- ULLTANG (O.), 1977.- Methods of measuring stock abundance other than by the use of commercial and effort data. F.A.O. Fish. Tech. Pap. N° 176, 23 p.

Des programmes FORTRAN ont été écrits pour effectuer les calculs décrits plus haut. Ils permettent l'estimation de la variance pour une combinaison linéaire donnée (ou par défaut pour une moyenne non pondérée) et le calcul des coefficients de la combinaison linéaire minimisant la variance (Krigage).

Les valeurs σ_e^2 , σ_u^2 , $\rho(d)$, ($d \in \mathbb{N}$) sont données. Pour les valeurs réelles de d , on effectue une interpolation linéaire entre $\rho(E(d))$ et $\rho(E(d)+1)$. On donne également la biomasse moyenne par carré et le coefficient α utilisé pour calculer la distance entre deux points par $\sqrt{\alpha^2(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$.

Le tableau ci-joint donne des résultats pour un certain nombre de types de trajet (dont certains irréalisables) effectués dans un carré de côté 14.9.

		pourcent. de variance			
		anisotro- pie (α^2)	Moyenne non pondérée	avec Krigage	avec E.A.S.
	Surface 14 x 14 = 196 longueur du trajet 28	1	44.32	44.21	45.08
		0.25	38.14	38.11	45.08
	Surface 14 x 14 = 196 longueur du trajet 28	0.25	51.11	50.82	45.08
	Surface 14 x 14 = 196 longueur du trajet 36	1	41.22	40.78	39.76
		0.25	36.25	36.78	39.76
	Surface 14 x 14 = 196 longueur du trajet 36	1	40.89	40.01	39.76
		0.25	37.58	35.25	39.76
	Surface 14 x 14 = 196 longueur du trajet 28	1	92.77	80.65	45.08

Variance totale 5.69 ($\sigma_u^2 = 2.3$, $\sigma_e^2 = 0.6$)

Variance densité 2.67

biomasse moyenne 1

Covariance	$d=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		1.9	1.4	1.0	0.8	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.2	0.1
	$d=13$	14	15									
		0.1	0.1	0.0								

ANNEXE B

Si en un point x on mesure la densité du carré dans lequel on se trouve plus une erreur $f(x)$, $f(x) \sim \mathcal{D}(0, \sigma^2)$ où \mathcal{D} est une distribution quelconque; si on connaît la fonction $g(d) = \frac{1}{\sigma^2} E(f(x), f(x+d))$, on peut calculer la corrélation entre les erreurs de deux carrés consécutifs.*

$$= E \left[\frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\ell} \int_0^{\ell} f(x+y) dx dy \right] = \frac{1}{\ell^2} \int_0^{\ell} \left[\int_0^{\ell} g(x-y) dy \right] dx$$

pour $g(d) = e^{-\lambda d}$ où λ est une constante

$$\begin{aligned} \text{alors } \frac{1}{\ell^2} \int_0^{\ell} \left[\int_0^{\ell} g(y-x) dy \right] dx &= \frac{1}{\ell^2} \int_0^{\ell} \frac{1}{\lambda} e^{\lambda x} (e^{-\lambda \ell} - e^{-2\lambda \ell}) dx \\ &= \frac{1}{\lambda \ell^2} (e^{-\lambda \ell} - e^{-2\lambda \ell}) (e^{\lambda \ell} - 1) = \left[\frac{1}{\lambda \ell} (1 - e^{-\lambda \ell}) \right]^2 \end{aligned}$$

pour $\lambda = 4.61$ (soit $g(0.5 \text{ n.m.}) = 0.1$ et $g(0.125 \text{ n.m.}) = 0.56$)

on a pour; $\ell = 0.5$ une corrélation de 0.152
 $\ell = 1$ une corrélation de 0.046
 $\ell = 2$ une corrélation de 0.012

*On fait de plus ici l'hypothèse que les biomasses situées dans les deux carrés sont égales.